Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1.

a) *(1,25 puntos)* Estudiar para qué valores de α la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \alpha+1 & -1 & \alpha-2 \\ -1 & \alpha+1 & 2 \end{pmatrix}$ tiene rango máximo.

b) *(1,25 puntos)* Siendo A^{-1} la inversa de la matriz A, calcular $(A^{-1})^2$ para $\alpha=-1$.

A 2.

a) *(1,75 puntos)* Utilizar el cambio de variable $t^6=1+x$ para calcular

$$\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^{2/3}-\sqrt{x+1}}\,dx$$

b) *(0,75 puntos)* Para $f(x)=e^{-3x}$ calcular sus derivadas sucesivas y concluir cuál de las siguientes opciones es la correcta:

i) $f^{(n)}(x)=3^n e^{-3x}$ ii) $f^{(n)}(x)=(-3)^{(n+1)} e^{-3x}$ iii) $f^{(n)}(x)=(-3)^n e^{-3x}$.

A 3. Sea la función $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x-2}$.

a) *(0,5 puntos)* Calcular su dominio.

b) *(1 punto)* Obtener sus asíntotas.

c) *(1 punto)* Estudiar sus puntos de corte con los ejes y analizar si es una función par.

A 4.

a) *(1,5 puntos)* Hallar la ecuación del plano paralelo a las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv 2-x=y=\frac{z+1}{2}, \qquad s\equiv\begin{cases} 2x-y+z=-2 \\ -x+y+3z=1 \end{cases}$$

y que pasa por el punto $A(1,1,2)$.

b) *(1 punto)* Calcular el ángulo que forman los vectores $u=(2,1,1)$ y $v=(-1,1,1)$. Obtener su producto vectorial.

OPCIÓN B AL DORSO

OPCIÓN B

B 1.

a) *(1 punto)* Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \operatorname{sen}\alpha \\ 0 & \beta & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}$.

Estudiar qué valores de α y β hacen que sea cierta la igualdad

$$(\det(A))^2 - 2\det(A)\det(B) + 1 = 0 .$$

b) *(1,5 puntos)* Utilizar las propiedades de los determinantes para calcular el valor de $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & a+3 & b+4 \\ 2 & c+3 & d+4 \end{vmatrix}$ con a, b, c, d $\in$ $\mathbb{R}$.

B 2.

a) *(1,25 puntos)* Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \ln x & 0<x<1 \\ ax^2+b & 1\le x<+\infty \end{cases}$. Si $f(2)=3$, obtener los valores de a y b que hacen que $f(x)$ sea continua.

b) *(1,25 puntos)* Calcular $\lim\limits_{x\to+\infty} \log(x^2-9)$ y $\lim\limits_{x\to 3^+} \log(x^2-9)$.

B 3. Sea $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$.

a) *(0,5 puntos)* Determinar su dominio.

b) *(1 punto)* Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) *(1 punto)* Analizar sus puntos de inflexión.

B 4.

a) *(1,5 puntos)* Hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos $A(1,-2,4)$, $B(0,3,2)$ y es paralelo a la recta $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

b) *(1 punto)* En caso de que sea posible, escribir el vector $v=(1,2,4)$ como combinación lineal de los vectores $a=(1,0,1)$, $b=(1,1,0)$, $c=(0,1,1)$.

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

a) Se valorarán por igual todas las formas de estudiar el rango.

b) Por el cálculo de la inversa de A se dará 0.75 puntos.

A 2.

a) Por la correcta realización del cambio de variable se asignará 0.75 puntos.

b) Se adjudicará hasta 0.5 puntos por la obtención de algunas derivadas sucesivas.

A 3. En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las definiciones adecuadas para los cálculos solicitados.

A 4.

a) Obtener el vector direccional de s valdrá 0.5 puntos.

b) Se dará 0.5 puntos a cada parte.

OPCIÓN B

B 1.

a) Se adjudicará 0.5 puntos por el cálculo de $\det(A)^2$, $\det(A)$ $\det(B)$. No se dará la máxima puntuación si no están especificados los valores de los dos parámetros.

b) Si no se utilizan las propiedades de los determinantes sólo se asignará 0.25 puntos aunque el resultado final sea el correcto.

B 2.

a) El cálculo de los límite laterales valdrá 0.5 puntos.

b) Si no están perfectamente justificados los cálculos no se adjudicará más de 0.75 puntos.

B 3.

Por la obtención de la primera y segunda derivada se dará hasta un punto.

B 4. En todos los apartados se valorará el conocimiento de las diferentes fórmulas necesarias.